

**РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК**  
**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР**  
**ОТДЕЛЕНИЕ ВСЕМИРНОЙ ЛАБОРАТОРИИ**

---

**СООБЩЕНИЯ ПО ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКЕ**

**Н.Н. ОЛЕНЁВ, Е.В. РЕШЕТЦЕВА,**

**Д.А. САРАНЧА**

**МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДЕМОГРАФИЧЕСКИХ**  
**И ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**  
**(РОЖДАЕМОСТЬ, ОБРАЗОВАННОСТЬ**  
**И БЛАГОСОСТОЯНИЕ)**

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР РАН**

**МОСКВА1996**

УДК519.86

Ответственный редактор  
чл.-корр.РАН А.А.Петров

Предложено описание влияния рождаемости на образовательный уровень населения и на его благосостояние. Рассмотрение проводится на примере демографической модели, сохраняющей свою возрастную структуру.

Рецензенты: С.В. Чуканов

А.А.Шананин

Научное издание

© Вычислительный центр

Российской академии наук, 1996

## 1. Введение

На несовместимость стабильности биосферы и безграничного роста населения указывали многие исследователи. Еще 200 лет назад английский священник Томас Роберт Мальтус [1] заметил тенденцию роста населения в геометрической прогрессии, если этот рост не сдерживается ограниченными ресурсами продовольствия. Постулируя универсальность этой тенденции, Мальтус подчеркивал, что во всех странах во все времена имелись препятствия, сдерживающие рост населения (безбрачие монахов, эпидемия, голод и война). Под влиянием его книги в Англии были ужесточены законы о бродяжничестве, а нищета стала рассматриваться как следствие лени. Идеи Мальтуса о превентивных мерах по контролю за рождаемостью получили широкое распространение и остаются актуальными до наших дней для ряда развивающихся стран с критическим соотношением численности населения и продовольствия (Индия, Китай).

Промышленная революция сделала возможным достижение более высокого уровня жизни для большего числа людей при увеличении человеческой жизни. Кроме того, в странах с достаточно высоким уровнем жизни повсеместно снизилась численность семьи. Противоречие между теорией и фактами привело к развитию неоклассической модели роста в 1950-х и 1960-х. Однако, вскоре последовало разочарование в этой модели. Гэри Беккером была разработана более совершенная модель роста, которая сочетает лучшие черты неоклассической и мальтузианской моделей и добавляет в основу описания инвестиции в знания и навыки (в человеческий капитал) [2]. Хотя подход Беккера к описанию поведения людей основан на расширенной теории рационального индивидуального выбора, он в основном не касается индивидуумов. Он использует теорию на микроуровне в качестве мощного инструмента для получения различных макропоказателей, характеризующих группу людей [3].

В работе [4] выдвинут принцип построения макросоотношений, составляющих математическую модель какой-либо системы, на основе агрегирования исходного микроописания всех процессов. В [5] описан опыт отдела “Математическое моделирование экономических систем” ВЦ РАН в поиске принципов и методов математического описания экономических процессов. В [5] рассматриваются разные модели экономики, в частности, затрагиваются вопросы изменения производственных мощностей, смены технологий, влияния научно-технического прогресса на экономические индексы, ценообразование и т.д.

В настоящей работе мы не касаемся большинства из этих важных экономических проблем (см. [5]). Кроме того, мы оставляем в стороне такие факторы давления на биосферу, как увеличение потребления ресурсов и возрастание потока загрязнений [6 -10], мощности электростанций, приводящих к нестабильности климата [8], а будем рассматривать взаимодействие демографических и экономических процессов в стабильной биосфере.

Настоящую работу мы рассматриваем как составную часть исследований, проводимых под руководством Н.Н.Моисеева по исследованию влияния антропогенных воздействий на биосферу, в части сопряжения экологических и экономических блоков единой биосферной модели [11].

Возможность обладания дополнительной энергией - энергией ископаемого топлива позволила увеличить производство продуктов питания. Это привело к быстрому росту населения в последние 200 лет. И здесь человечество попало в ловушку. Проблема выживаемости всегда была центральной - тысячелетиями формировались культурные ценности, традиции, направленные на ее увеличение. И несмотря на это, до начала 19 века за десять тысяч лет население Земли увеличилось только в 10 раз, а использование энергии накопленной растениями за миллионы лет привело к тому, что за последние 200 лет население на планете увеличилось в 5 раз. И инерция традиций заставляет продолжать этот катастрофический рост. Вместе

с тем стабилизация численности населения и даже возможно временное ее снижение - необходимое условие стабильности биосферы. Без этого спасти биосферу невозможно. Рост населения неизбежно приводит к увеличению потребления энергии. А это угрожает тепловому балансу планеты - стабильности климата.

Точных оценок предельного уровня, совместимого со стабильностью биосферы, со стабильностью составляющих ее экосистем, нет. Некоторые авторы считают, что это 1.5 млрд. человек [6], другие, что 600 млн. [7]. Согласно этим оценкам численность населения должна быть снижена и затем стать стабильной.

С помощью энергии ископаемого топлива человечеству удалось повысить в настоящее время свою долю потребления биосферной продукции растений до 7%, что в семь раз превосходит уровень потребления всех крупных животных, совместимый со стабильностью биосферы. До превышения этого уровня (вплоть до нашего столетия) не существовало проблемы накопления загрязнений и нехватки пресной воды.

"Человечество как популяция из крупных организмов могла существовать в стационарной биосфере без дополнительных затрат энергии на поддержание замкнутости биохимических круговоротов и стационарности химического состава окружающей среды до тех пор, пока доля потребления человечества не превышала 1% биосферной продукции и не превосходила естественной доли потребления крупных позвоночных животных. Тогда не существовало проблем накопления загрязнений и нехватки пресной воды. Все это имело место вплоть до нашего столетия. Современное антропогенное потребление продукции биосферы в десятки раз больше и составляет около 10% продукции суши" ([8], с.47).

Исследуем зависимость среднего потребления от демографической структуры населения для некоторой гипотетической экономики. При этом будем рассматривать такие распределения населения по возрасту, для которых сохраняется относительная величина любой воз-

растной группы. Будем считать, что выпуск продукции полностью определяется числом занятых в производстве и их производительностью труда - нормой выпуска продукции на одного занятого. Считаем, что население распределено неоднородным образом по производительности труда. Производительность труда каждой возрастной группы населения определяется ее уровнем образования. Уровень образования полностью определяется затратами на образование. Затраты на образование пропорциональны валовому внутреннему продукту.

## 2. Возрастная динамика населения

Пусть  $l(a, t)$  - плотность распределения населения в момент времени  $t$  по возрасту  $a$ .

Скорость изменения этой величины,  $\frac{\partial l}{\partial a} + \frac{\partial l}{\partial t}$ , определяется количеством умирающих

$$\frac{\partial l}{\partial a} + \frac{\partial l}{\partial t} = -\mu l(a, t), \quad (1)$$

где  $\mu$  - темп смертности, зависящий, вообще говоря, и от возраста, и от момента времени,  $\mu = \mu(a, t)$ . Для описания возрастной динамики населения необходимо задать распределение населения по возрасту в начальный момент времени  $t=0$

$$l(a, 0) = l_0(a) \quad (2)$$

и, кроме того, задать уравнение рождаемости

$$l(0, t) = \int_0^{A_N} \beta l(a, t) da. \quad (3)$$

Условие(2) является начальным условием, а уравнение(3) - интегральным краевым условием для уравнения(1). Коэффициент  $\beta$  в уравнении(3) - это темп рождаемости, который, вообще говоря, зависит от возраста и времени,  $\beta = \beta(a, t)$ , а  $A_N$  - предельный возраст, после которого в живых никого нет. Основным результатом для задачи(1)-(3) является теорема Лотки-Шварца

[12]. Эта теорема утверждает, что существует постоянная “внутренняя скорость роста популяции”,  $\lambda$ , определяемая по темпам смертности,  $\mu$ , и рождаемости,  $\beta$ , такая что если  $\lambda < 0$ , то  $l(a, t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ , а если  $\lambda \geq 0$ , то нормированная плотность  $\exp(-\lambda t)l(a, t)$  при  $t \rightarrow \infty$  стремится к “стабильному” предельному распределению, представимому в виде  $l^*(a, t) = l_1(a)l_2(t)$ , т.е. такому распределению, для которого относительная величина любой возрастной группы не меняется со временем. Пример такого распределения мы здесь и будем использовать<sup>1</sup>:

$$l(a, t) = C \exp(\omega(t - a)). \quad (4)$$

Темп  $\omega$  определяется балансом между процессами рождаемости и смертности. В нашем случае он определяет изменение суммарной численности населения, а также соотношение между различными возрастными группами, т.е. это - основной параметр демографической структуры рассматриваемого нами типа.

### 3. Инвестиции в образование и доход

Будем считать, что некоторая часть  $k$  суммарного выпуска (ВВП - валового внутреннего продукта),  $Y(t)$ , рассматриваемой нами экономической системы расходуется на инвестиции в образование. Пусть обучение происходит от момента рождения,  $a = 0$ , до достижения возраста  $A_s$ . Тогда число обучающихся,  $S(t)$ , в соответствии с(4) определяется

<sup>1</sup> Распределение(4) получается из(1) -(3), например, в случае когда все новорожденные имеют родителей возраста  $A_1$ , а среднее число детей, приходящееся на одного родителя постоянно и равно  $\alpha$ :  $l(0, t) = \alpha l(A_1, t)$ , т.е.  $\beta = \alpha \delta(a - A_1)$ . С возрастом вследствие смертности население уменьшается с заданным темпом  $\mu$ :  $l(a, t) = l(0, t - a) \exp(-\mu a)$ . Плотность начального распределения населения,  $l_0(a)$ , подчиняется соотношению  $l_0(a) = C \exp(a \ln \alpha / A_1) \exp(-\mu a)$ . Полагая  $\omega = -\mu + (\ln \alpha) / A_1$ , после несложных выкладок, получаем(4).

$$S(t) = \int_0^{A_s} l(a,t) da = C \exp(-\omega t) [1 - \exp(-\omega A_s)] / \omega, \quad (5)$$

а текущие затраты на обучение, приходящиеся в среднем на одного обучаемого в момент времени  $t$ , будут определяться

$$s(t) = kY(t)/S(t). \quad (6)$$

Будем считать, что прирост образовательного уровня обучаемых в момент времени  $t$ ,  $w(t)$ , определяется текущими средними затратами на обучение

$$w(t) = \varphi(s(t)), \quad (7)$$

где  $\varphi(s)$  является монотонно возрастающей функцией от своего аргумента<sup>2</sup>. Определим в момент времени  $t$  образовательный уровень группы населения возраста  $a$  (т.е. поколения, рожденного в момент времени  $t - a$ ), как суммарный прирост этого уровня от момента рождения:

$$W(a,t) = \int_0^{\min(a, A_s)} w(t - a + \tau) d\tau. \quad (8)$$

При определении выпуска  $Y(t)$  в момент времени  $t$  для простоты вычислений будем предполагать: 1) инвестиционные средства вкладываются не только непосредственно в образование, но и на создание инфраструктуры, позволяющей реализовать соответствующий уровень образования; 2) средняя производительность труда  $y(a,t)$  экономически активной группы населения возраста  $a$  прямо пропорциональна образовательному уровню этой группы на-

---

<sup>2</sup> Должна быть соответствующая структура образования, которая позволяет эффективно реализовать вложенные в образование средства. Конечно, прирост образовательного уровня зависит не только от затрат на образование, но и от традиций рассматриваемого общества. Мы считаем, что эти моменты могут быть учтены при выборе конкретного параметрического вида функции (7).

селения, определяемому затратами и на образование и на создание соответствующей инфраструктуры<sup>3</sup>

$$y(a,t) = \nu W(a,t); \quad (9)$$

- 2) коэффициент пропорциональности  $\nu$  один и тот же для всех возрастных групп населения;
- 3) природные ресурсы и производственные мощности имеются в избытке и потому не являются ограничениями выпуска. Тогда выпуск  $Y(t)$  определяется

$$Y(t) = \int_{A_B}^{A_E} \nu W(a,t) l(a,t) da, \quad (10)$$

где  $A_B$ ,  $A_E$  - есть, соответственно, возраст начала и возраст окончания трудовой деятельности. При этом естественно считать, что возраст окончания обучения,  $A_S$ , не меньше, чем возраст поступления на работу,  $A_B$ , и не больше, чем возраст ухода с работы,  $A_E$ :  $A_B \leq A_S \leq A_E$ .

Суммарная численность населения  $N(t)$ , в соответствии с (4) определяется

$$N(t) = \int_0^{A_N} l(a,t) da = C \exp(-\omega t) [1 - \exp(-\omega A_N)] / \omega \quad (11)$$

Следовательно, структурный параметр  $\omega$  задающий распределение населения по возрасту (4), при заданном предельном возрасте для населения,  $A_N$ , является темпом роста суммарной численности населения (или при  $\omega < 0$  - темпом падения). Средний доход на душу населения определяется

$$x(t) = (1 - k - u) Y(t) / N(t), \quad (12)$$

где  $u$  - доля выпуска  $Y$ , идущая на непроизводственное потребление (в том числе и на инвестиции в эту сферу), а  $k$  - доля выпуска  $Y$ , идущая на инвестиции в человеческий капитал (см.

<sup>3</sup> Нужно учитывать, что параметр  $\nu$  в формуле (9) зависит от доли работающих в экономически активном возрасте. Если не выделяются средства на создание необходимой инфраструктуры, то предлагаемая зависимость средней производительности труда от образовательного уровня населения не реализуется.

(6)). Формулы(5) -(12) определяют зависимость благосостояния населения от демографической структуры и инвестиционной политики области образования.

#### 4. Число детей и доход

Число детей (численность групп населения с возрастом  $a < A_B$ ) в момент времени  $t$  в силу(4) определяется

$$D(t) = \int_0^{A_B} l(a,t) da = C \exp(-\omega t) [1 - \exp(-\omega A_B)] / \omega \quad (13)$$

Таким образом, суммарное число детей(13), также как и суммарная численность населения (11), определяются параметром демографической структуры  $\omega$  который является также и темпом роста числа детей. Тогда среднее число детей, приходящихся на одного взрослого<sup>4</sup>,  $d$ , полностью определяется параметром  $\omega$  плотности  $l(a,t)$  распределения населения по возрасту (4) и заданным предельным возрастом детей (который определялся возрастом поступления на работу),  $A_B$ , и заданным предельным возрастом населения,  $A_N$ .

$$d(\omega) = D(t) / [N(t) - D(t)] = [1 - \exp(-\omega A_B)] / [\exp(-\omega A_B) - \exp(-\omega A_N)]. \quad (14)$$

Цель нашей работы-определить как зависит благосостояние населения от уровня рождаемости и уровня затрат на образование. Зависимость среднего дохода,  $x$ , от параметра демографической структуры,  $\omega$  определяется по формуле(12) с использованием соотношений(5) -(11), если сделать дополнительные предположения относительно вида функции  $\varphi$  в формуле(7). После этого можно найти зависимость среднего дохода,  $x$ , от соотношения числа детей и взрослых,  $d$  (см.(14)), и доли затрат на инвестиции в образование,  $k$  (см.(6)).

<sup>4</sup> Для целей нашего исследования удобнее использовать параметр  $d$ , среднее число детей на одного взрослого, вместо традиционного параметра- число детей на одного родителя.

### 5. Случай с постоянными расходами на каждого обучаемого

В данном исследовании не построена модель зависимости производительности труда от уровня образования. Будем использовать простейшие феноменологические предположения. Пусть в каждый период времени прирост образовательного уровня обучаемого,  $w(t)$ , определяется средними расходами на его обучение за этот период времени,  $s(t)$ , и, кроме того, эти расходы постоянны. Точнее, будем считать, что прирост образовательного уровня прямо пропорционален расходам на обучение, а именно:  $w(t) = s(t) = s_0$ . Таким образом, суммарные затраты на обучение прямо пропорциональны количеству обучаемых,  $S(t)$ , и напрямую от выпуска,  $Y(t)$ , не зависят, а доля выпуска, используемая на инвестиции в образование,  $k$ , в каждый момент времени  $t$  определяется в соответствии с (6), как  $k = s_0 S(t) / Y(t)$ . Значение  $k$  в таком случае при достаточно большом количестве обучаемых может превысить величину  $1 - u$ , что означает отсутствие средств на потребление. Значит, случай с неизменными по времени расходами на каждого обучаемого можно реализовать только тогда, когда суммарные затраты на образование и на другие виды непотребительских расходов не превосходят суммарного выпуска, т.е. выполнено условие  $k < 1 - u$ .

В рассматриваемом случае уровень образованности группы населения возраста  $a$  в момент времени  $t$  согласно (8) определяется

$$W(a) = s_0 \min(a, A_s). \quad (15)$$

Формула (15) означает, что уровень образованности,  $W$ , каждого члена возрастной группы не зависит от момента времени  $t$  и прямо пропорционален их возрасту,  $a$ , до достижения группой возраста окончания обучения,  $A_s$ , после которого остается неизменным и равным  $s_0 A_s$ . Тогда и средняя производительность труда каждого члена возрастной группы,  $y(a, t)$ , при по-

стоянном коэффициенте пропорциональности  $v$  между производительностью труда и уровнем образования зависит только от возраста этой группы.

$$y(a) = v s_0 \min(a, A_s). \quad (16)$$

Суммарный выпуск,  $Y$ , при этом в соответствии с (10) изменяется с тем же темпом  $\omega$ , с которым изменяется суммарная численность населения (11).

$$Y(t) = [A_B \exp(-\omega A_B) + (\exp(-\omega A_B) - \exp(-\omega A_S)) / \omega - A_S \exp(-\omega A_E)] \times \exp(\omega t) v s_0 / \omega \quad (17)$$

Доля затрат на инвестиции в образование  $k$  в выпуске  $Y$  в рассматриваемом случае зависит от параметра  $\omega$  демографической структуры, от возраста  $A_B$  начала работы, возраста  $A_S$  окончания обучения, возраста  $A_E$  окончания работы и коэффициента пропорциональности  $v$  между производительностью труда и уровнем образования.

$$k(\omega) = s_0 S(t) / Y(t) = (1/v) [1 - \exp(-\omega A_S)] / [A_B \exp(-\omega A_B) + (\exp(-\omega A_B) - \exp(-\omega A_S)) / \omega - A_S \exp(-\omega A_E)] \quad (18)$$

Заметим, что уровень затрат на одного обучаемого,  $s_0$ , в выражение (18) для доли затрат на инвестиции в образование,  $k$ , не входит. Это объясняется тем, что выпуск,  $Y$ , сам определяется уровнем затрат на образование через уровень образования,  $W$ . И, наконец, средний доход,  $x$ , при неизменных расходах на обучение каждого не зависит от времени  $t$  и полностью определяется возрастными характеристиками ( $A_B, A_S, A_E, A_N$ ), структурным параметром  $\omega$  уровнем затрат  $s_0$  на образование и коэффициентом пропорциональности  $v$  между производительностью труда и уровнем образования.

$$x(\omega) = s_0 [(1-u)/k(\omega) - 1] [1 - \exp(-\omega A_S)] / [1 - \exp(-\omega A_N)]. \quad (19)$$

На рис. 1-5 показаны зависимости  $d = d(\omega)$ ,  $k = k(\omega)$ ,  $x = x(\omega)$ ,  $x = x(d)$  и  $x = x(k)$ , соответственно, полученные при изменении темпа  $\omega$  (темпа роста или темпа падения)

суммарной численности населения от  $-0.1$  до  $0.1$  и при следующих значениях параметров:  $A_B=18, A_S=30, A_E=60, A_N=100, s_0=0.3, v=0.5, u=0.2$ . При возрастании параметра  $\omega$  среднее число детей, приходящихся на одного взрослого,  $d$ , и доля расходов на образование,  $k$ , экспоненциально растут (см. рис. 1-2).

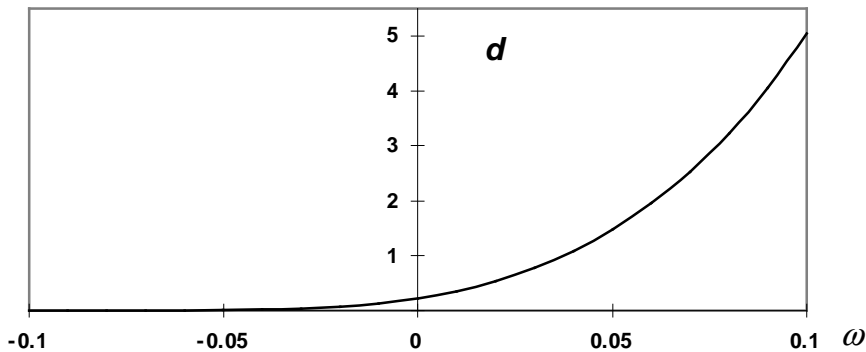


Рис.1

Предельный уровень  $k$ , при котором нарушается условие  $k < 1$  -и, на рис.2 не показан, он достигается для указанных выше параметров при  $\omega \cong 0.13$ . Рост доли  $k$  расходов на образование при возрастании темпа  $\omega$  роста населения означает, что трудно совместить увеличение численности населения и сохранение уровня образования.

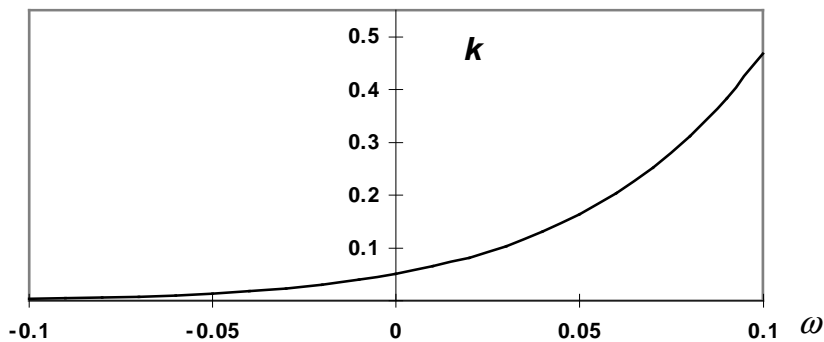
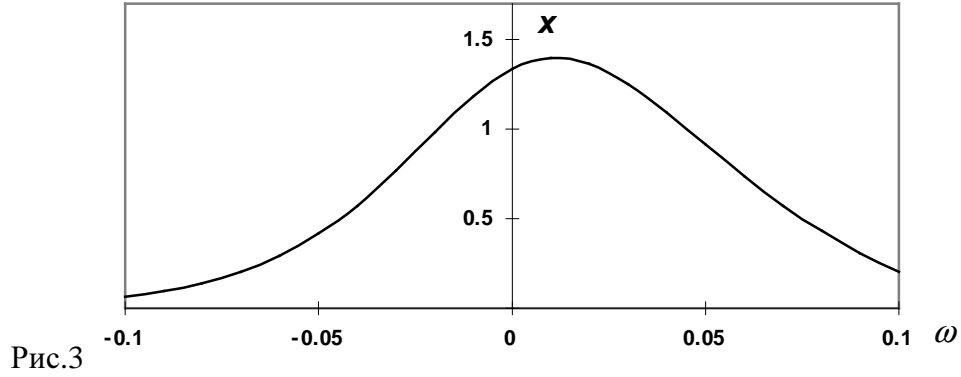
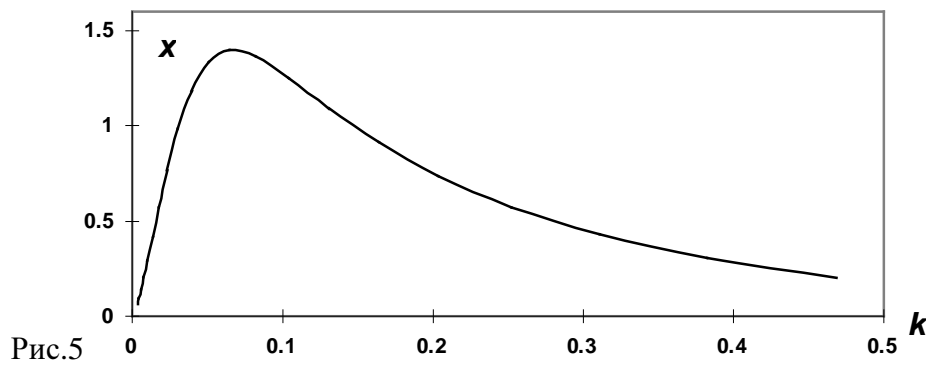
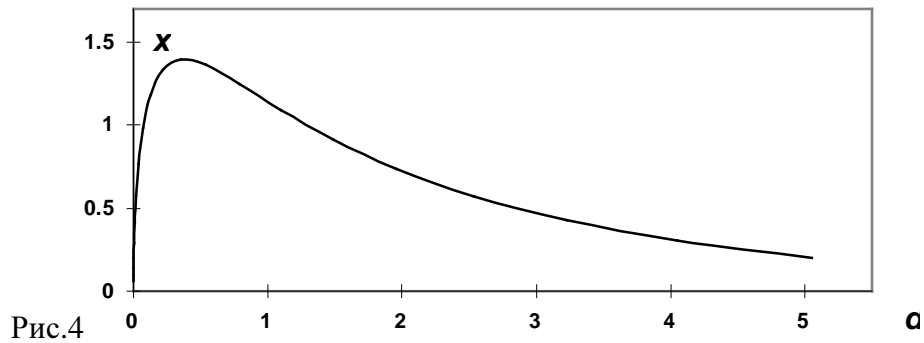


Рис.2

Кривая среднего дохода,  $x=x(\omega)$ , в зависимости от темпа роста,  $\omega$  при указанных выше значениях параметров имеет максимум при  $\omega \cong 0.015$  (рис.3).



Этот максимум обуславливает максимум кривой среднего дохода,  $x=x(d)$ , в зависимости от числа детей, приходящихся на одного взрослого, при  $d \cong 0.3$  (рис.4) и максимум кривой среднего дохода,  $x=x(k)$ , в зависимости от доли выпуска, потраченной на образование при  $d \cong 0.3$  (рис.5).



На рис.6-8 показана зависимость среднего дохода от изменения средней продолжительности жизни. При уменьшении средней продолжительности жизни (за счет уменьшения предельного возраста  $A_N$ ) максимум кривой  $x(\omega)$  смещается влево по оси  $\omega$  (рис.6). Также влево смещаются и максимумы кривой  $x(d)$  по оси  $d$  (рис.7) и кривой  $x(k)$  по оси  $k$  (рис.8). При  $A_N$

$= 83$  численность населения стабильна, а при  $A_N = A_E = 60$  - уменьшается. В случае когда предельный возраст совпадает с возрастом ухода с работы,  $A_N = A_E = 60$ , кривые  $x = x(d)$  и  $x = x(k)$  достигают максимума на границе  $d = 0$  и  $k = 0$ , соответственно.

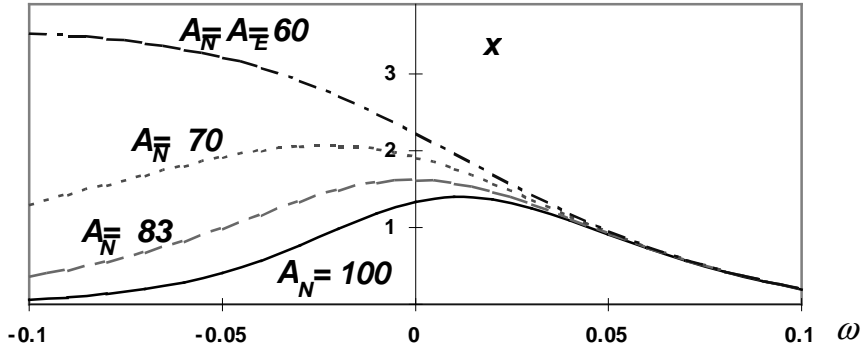


Рис.6

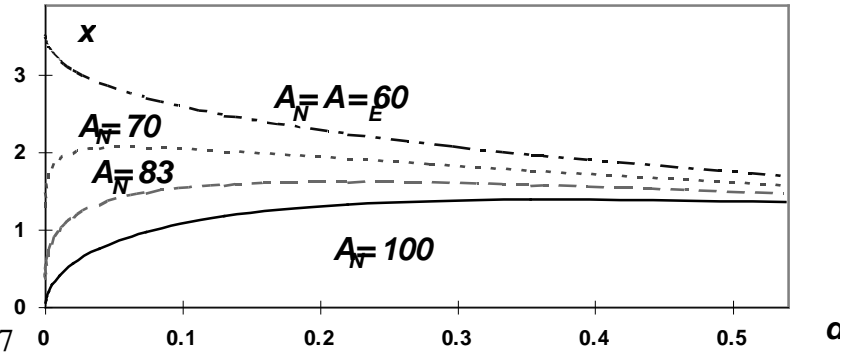


Рис.7

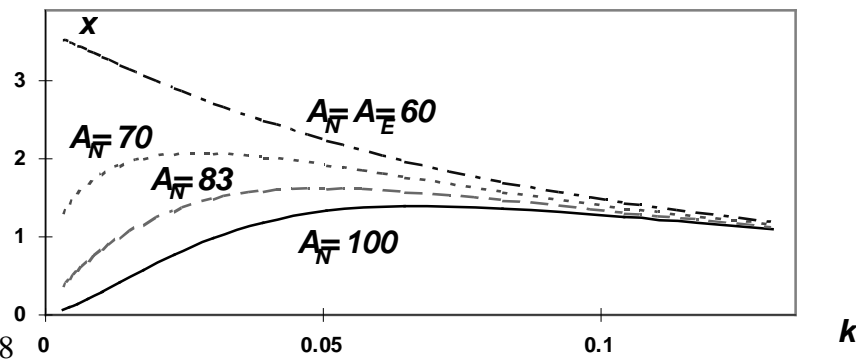


Рис.8

**6. Случай постоянной доли расходов на образование в ВВП**

Пусть доля  $k$  выпуска  $Y$  (ВВП), используемая на инвестиции в образование, в каждый момент времени  $t$  постоянна и не зависит от числа обучаемых  $S(t), k = k_0$ . Так же как и в предыдущем разделе, будем считать, что прирост  $w(t)$  образовательного уровня обучаемых  $S(t)$  измеряется средними затратами  $s(t)$  на обучение каждого,  $w(t) = s(t)$ . Тогда из (4) - (10) можно получить выражение для выпуска

$$Y(t) = (v\alpha k_0) / (1 - \exp(-\omega A_S)) \int_{A_B}^{A_F} \int_0^{\min(a, A_S)} \exp(-\omega\tau) Y(t - a + \tau) d\tau da, \quad (20)$$

из (11) - (12) и (20) - выражение для среднего дохода на душу населения

$$x(t) = (v\alpha k_0) / (1 - \exp(-\omega A_S)) \int_{A_B}^{A_F} \exp(-\omega a) \int_0^{\min(a, A_S)} x(t - a + \tau) d\tau da. \quad (21)$$

В этом случае средний доход  $x$  на душу населения (21) меняется с течением времени  $t$  и может оставаться неизменным только при определенном значении структурного параметра  $\omega$ , определяемого из выражения

$$(1 - \exp(-\omega A_S)) / (v\alpha k_0) = (\exp(-\omega A_B) - \exp(-\omega A_S)) / \omega^2 + (A_B \exp(-\omega A_B) - A_S \exp(-\omega A_S)) / \omega \quad (22)$$

Для исследования того, как средний доход на душу населения (21) зависит от демографической структуры (4), нужно сделать дополнительные предположения о характере изменения этого среднего дохода с течением времени. Характерным режимом изменения среднего дохода является его экспоненциальный рост, при котором демографическая структура (параметр  $\omega$ ) остается неизменной.

$$x(t) = x_0 \exp(\gamma t). \quad (23)$$

Параметр  $\gamma$  в (23) - это темп изменения среднего дохода. Для каждой заданной демографической структуры типа (4) (заданном параметре  $\omega$ ) из (21), (23) можно найти соответствующий ей темп  $\gamma$ .

$$(1 - \exp(-\omega A_S)) / (v \omega k_0) = (1/\gamma) \{ [1/\omega \exp(-\omega A_B) / (\omega + \gamma)] \exp(-\omega A_B) - [1/\omega - 1/(\omega + \gamma)] \exp(-\omega A_S) - \exp(-(\omega + \gamma) A_E) (\exp(\gamma A_S) - 1) / (\omega + \gamma) \}. \quad (24)$$

На рис.9-10 показаны зависимости  $\gamma = \gamma(\omega)$  и  $\gamma = \gamma(d)$ , соответственно, полученные при следующих значениях параметров:  $A_B=18, A_S=30, A_E=60, A_N=100, v=0.5, u=0.2, k_0=0.1$ . Напомним, что при возрастании параметра  $\omega$  среднее число детей  $d$ , приходящихся на одного взрослого, экспоненциально растет (рис.1). Темп роста среднего дохода  $\gamma$  при этом снижается практически линейно (рис.9) при возрастании темпа роста населения (параметра  $\omega$ ) и снижается нелинейно при увеличении среднего числа детей на одного взрослого,  $d$  (рис.10).

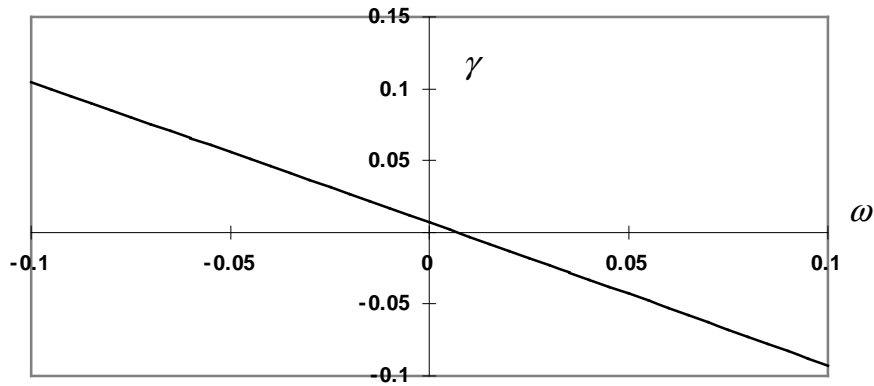


Рис.9

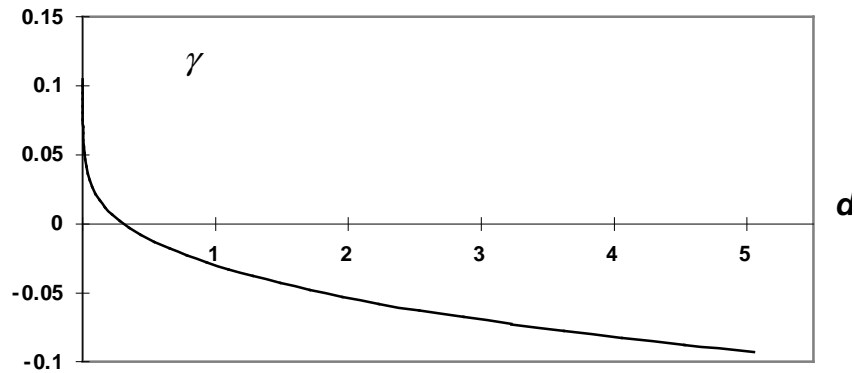


Рис.10

Рассмотренные в настоящем и предыдущем разделах случаи являются частными случаями общей зависимости (7) между приростом образовательного уровня,  $w$ , и расходами на обучение,  $s$ . На рис.11 показана композиция рассмотренных вариантов зависимости. Предполагается наличие некоторого уровня насыщения,  $s = s_0$ , после которого (при  $s > s_0$ ) прирост образовательного уровня,  $w$ , по которому определяется средняя производительность труда (см.(7) -(9)), уже не повышается<sup>5</sup>. При  $s > s_0$  дальнейшие расходы на обучение уже не приносят дополнительного прироста выпуска и, следовательно, средний доход понижается. Поэтому оптимальным с точки зрения среднего дохода оказывается сохранение средних расходов на обучение на уровне насыщения. Такой режим при  $w_0 = s_0$  (см. рис.11) сводится к случаю, рассмотренному в разделе 5. Режим при  $w = s$  и  $s < s_0$  (см. рис.11) рассмотрен в настоящем разделе.

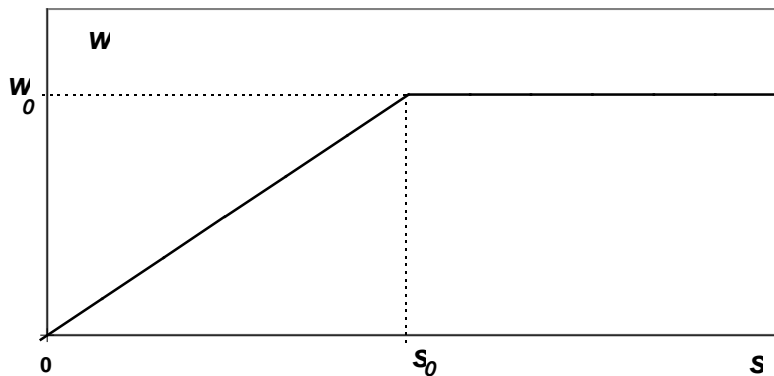


Рис.11

Уменьшение доли детей приводит к увеличению средств на образование, приходящихся на одного ребенка. Это способствует увеличению среднего уровня образования, что должно привести к увеличению предельного уровня образованности (вследствие научно-технического прогресса).

<sup>5</sup> Конечно, при росте уровня  $W$  образованности, вообще говоря, должен возрастать и сам уровень насыщения. Однако, как нам представляется, характерное время изменения уровня насыщения несколько выше характерного времени изменения уровня образованности.

Остановимся на роли пенсионеров. Их потенциал может быть эффективно использован в образовательной сфере. Для их плодотворной деятельности должны планироваться средства здравоохранения этой потенциально активной части населения.

## 7. Заключение

В работе затронута одна из наиболее деликатных тем, связанных с взаимодействием человека и окружающей среды. Рост населения не может быть безграничным. Это прекрасно понимали цивилизации, имеющие древние традиции. Л.Н.Гумилев [13] описывает цивилизации (народы (нашего) Крайнего Севера, индейцы Северной Америки, папуасы Новой Гвинеи), в которых, до контакта с европейцами, были социально-религиозные механизмы, стабилизирующие численность населения на данной территории.

Данная работа показывает, что неизбежный процесс снижения численности населения, при определенных условиях приведет не к снижению, а к росту благосостояния населения. Но для этого должны быть созданы соответствующие условия, соответствующие действия по планированию системы образования и инфраструктуры экономики, внедрению перспективных наукоемких технологий.

Предварительное исследование предложенной нами модели взаимодействия демографических и экономических процессов показывает ее жизнеспособность и возможность с помощью нее уловить основные тенденции взаимодействия этих процессов. Предложенная конструкция может быть использована как инструмент для оценки зависимости экономических показателей от эффективности вложения средств в образование (в научно-технический прогресс). Развитие модели видится в нескольких направлениях: 1) задача об оптимальном распределении средств, выделяемых на образование, по возрастным группам населения; 2)

определение оптимальной доли валового продукта, выделяемой на инвестиции в образование; 3) задача об оптимальном использовании расходов на нематериальные потребности (экологические, духовные); 4) использование предложенной конструкции в развитии единой биосферной модели.

В заключение авторы считают своим приятным долгом выразить искреннюю признательность Петрову А.А. и Шананину А.А. за внимание к работе и полезные замечания.

### Литература

1. Мальтус Т. Опыт закона о народонаселении. Спб., 1908.
2. Becker G. S. Family Economics and Macro Behavior. American Economic Review. V 78. N 1. Mar 1988. P. 1 - 13.
3. Becker G. S. Human capital: A theoretical and empirical analysis, with special reference to education. Third edition. Chicago and London: University of Chicago Press, 1993. - 390 p.
4. Краснощеков П.С., Петров А.А. Принципы построения моделей. - М.: Изд-во МГУ, 1983. - 264 с.
5. Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А. Опыт математического моделирования экономики. М.: Энергоатомиздат, 1996. - 544 с.
6. Рамад Ф. "Основы прикладной экологии". Воздействие человека на биосферу. Пер. с франц. под ред. проф. Л.Т. Матвеева. 622 с.
7. Дольник В. Р. О предел численности населения Земли. - Природа, 1992, 3, С. 23- 28.
8. Горшков В.Г. Пределы устойчивости биосферы и окружающей среды. Л., ин-т ядерной физики им. Б.П. Константинова, Л., 1987. 42 с.

9. Оленев Н.Н. Модель государственного регулирования экологических последствий экономического роста . М.: ВЦРАН ,1991.40с .
10. Бердников С.В., Белотелов Н.В., Саранча Д.А. Пространственно распределенная модель биосферы.Л .: Гидрометеиздат,1982,т.V, с.131-151.
11. Моисеев Н.Н., Александров В.В., Тарко А.М. Человек и биосфера. М.: Наука,1985. -272 с.
12. Webb G.F. Dynamics of population structured by internal variables. Math. Zeitschrift, 189, h.3, 1985. P.1 -28.
13. Гумилев Л.Н. Этногенези биосфера. М.: Наука,1989.- 526с .

Оленёв Н.Н., Решетцева Е.В., Саранча Д.А.

Модель взаимодействия демографических и экономических процессов

(рождаемость, образованность и благосостояние)

Корректурa авторов

---

Подписано в печать 00.00.96. Заказ 000

Тираж 100 экз. Формат бумаги 60x84 1/16

Уч.-изд. л. 1,00. Усл.-печ. л. 1,00. Цена договорная.

---

Отпечатано на ротaпринтах в ВЦ РАН

117333, Москва, ул. Вавилова, 40